

Questions	Réponses
<p>1.1.1</p>	<p>Méthode 1 : On applique la divergence sur l'équation de Max- Ampère ; $\text{div} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = 0 = \text{div}(\mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$ $\text{div} \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \text{div} \vec{E}}{\partial t} = 0$ En utilisant l'équation de Max-Gauss, on obtient :</p> <div style="background-color: #008000; color: white; padding: 5px; text-align: center;"> $\text{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ </div> <p>Méthode 2 : q(t) : la charge électrique a l'instant t dans un système délimité par une surface fermée q(t+dt) : la charge électrique a l'instant t dans un système délimité par une surface fermée dq = q(t+dt) - q(t) = $\delta q^{ech} + \delta q^{crée}$: la variation élémentaire de la charge entre t et t+dt δq^{ech} : la quantité de charge échangée avec l'ext. A travers la surface délimitant le système $\delta q^{crée}$: la quantité de charge créée à l'intérieur du système On sait que la charge est une grandeur conservative $\rightarrow \delta q^{crée} = 0$ Donc dq = q(t+dt) - q(t) = δq^{ech} $\frac{dq}{dt} = \frac{\delta q^{ech}}{dt}$: debit de charge $\frac{d}{dt} \iiint \rho(M, t) d\tau = - \oiint \vec{j} \cdot \vec{ds} = - \iiint \text{div} \vec{j} d\tau$ Ce qui implique par identification : <div style="background-color: #008000; color: white; padding: 5px;"> $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j} = 0$: L'équation de conservation de la charge Remarque : le signe (-) signifie que le flux est orienté vers l'ext. </div> </p>
<p>1.1.2</p>	<ul style="list-style-type: none"> On a $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ $\text{div} \vec{E} = \text{div}(-\overrightarrow{\text{grad}} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t})$ $\frac{\rho}{\varepsilon_0} = -\Delta V - \frac{\partial \text{div} \vec{A}}{\partial t}$ En utilisant la condition de Jauge de Lorentz on obtient : <div style="background-color: #008000; color: white; padding: 5px;"> $\Delta V - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$ D'où l'équation de Poisson relative au potentiel scalaire V </div> De plus on a $\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}$ $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} = \overrightarrow{\text{grad}} \text{div} \vec{A} - \Delta \vec{A}$ $\mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \overrightarrow{\text{grad}} \text{div} \vec{A} - \Delta \vec{A}$ $\mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (-\overrightarrow{\text{grad}} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) = \overrightarrow{\text{grad}} \text{div} \vec{A} - \Delta \vec{A}$ $\Delta \vec{A} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \vec{j} + \overrightarrow{\text{grad}} (\text{div} \vec{A} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial V}{\partial t})$ On tient compte de la Jauge de Lorentz on obtient :

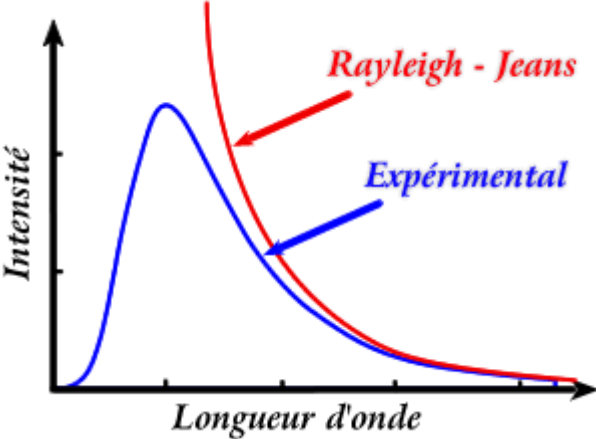
Fait par : Mr. SOUKTANI Mohamed Amine

	$\Delta \vec{A} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \vec{j}$ <p>D'où l'équation de Poisson relative au potentiel vecteur \vec{A}</p>
1.1.3	<p>$\rho = 0$ et $\vec{j} = \vec{0}$</p> <p>D'après l'équation de M-F $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ on a :</p> <p>$\text{rot} \text{rot} \vec{E} = \text{rot} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right)$ Ce qui donne $\text{grad} \text{div} \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$</p> <p>Or $\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$ donc :</p> $\Delta \vec{E} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$ <p>C'est l'équation de propagation de D'Alembert vérifiée par le champ \vec{E}</p>
1.1.4.1	<ul style="list-style-type: none"> • La direction de l'onde : \vec{e}_x • Le sens de propagation : \vec{e}_z (onde progressive) • La planéité : à t donné, dans le plan $\vec{k} \cdot \vec{OM} = cte$ c-a-d $z = cte$ le champ E (M, t) reste constant, donc l'onde est plane • L'état de polarisation : l'onde est polarisée rectilignement suivant (ox) • Le vecteur d'onde : $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{e}_z$ • L'unité de E_0 est V/m
1.1.4.2	<p>On projette l'expression du champ électrique $\vec{E}(M, t)$ dans l'équation de propagation de la question (1.3.), on trouve :</p> $-\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(M, t) - \epsilon_0 \mu_0 * (-\omega^2) \vec{E}(M, t) = \vec{0}$ <p>Cela permet de trouver la relation demandée : $\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$</p>
1.1.4.3	<p>L'onde est plane et se propage dans le vide, d'après la relation de structure on a :</p> $\vec{B}(M, t) = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{\vec{e}_z \wedge \vec{E}(M, t)}{c}$ $\vec{B}(M, t) = \frac{E_0}{c} e^{i\omega(t-z/c)} \vec{e}_y$
1.1.4.4.1	<p>$\vec{\pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$: représente la densité de courant d'énergie, c'est une puissance par unité de surface (w/m^2) $\equiv kg/s^3$</p> $\vec{\pi} = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \cos^2(\omega(t-z/c)) \vec{e}_z = \epsilon_0 c E_0^2 \cos^2(\omega(t-z/c)) \vec{e}_z$ $\langle \vec{\pi} \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 \vec{e}_z$ <p>Commentaire : Le vecteur de Poynting indique par son orientation la direction et le sens de déplacement de la puissance associée à un champ électromagnétique.</p>
1.1.4.4.2	<p>$\langle dW \rangle = P_{moy} dt = (\iint \langle \vec{\pi} \rangle \cdot \vec{ds}) dt$</p> <p>La normale à la surface est \vec{e}_z ce qui donne :</p> $\langle dW \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 S dt$
1.1.4.4.3	<p>L'énergie électromagnétique est donnée par :</p>

Fait par : Mr. SOUKTANI Mohamed Amine

	$u_{em} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \epsilon_0 E^2$ $\langle u_{em} \rangle = \epsilon_0 \langle E^2 \rangle = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2} = \frac{1}{c} \ \langle \vec{\pi} \rangle\ $
1.1.4.4.4	<p>La loi de Broglie est donnée par :</p> $\vec{p} = \frac{h}{\lambda} \vec{u}, \text{ avec } \vec{u} \text{ un vecteur unitaire}$ $\mathbf{p} = \mathbf{h}/\lambda$ <p>De plus on a : $\epsilon = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$; on trouve alors : $\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{c} * \mathbf{p}$</p>
1.1.4.4.5	$\vec{\delta p} = \delta m \vec{v} = \rho d\tau \vec{c} = \rho S c dt \vec{c}$ $\rho = \frac{Nm_e}{V}$ $\vec{\delta p} = \frac{Nm_e}{V} S c dt \vec{c} = nm_e S c^2 dt \vec{u} \text{ avec } \vec{u} = \vec{e}_z: \text{ vecteur unitaire donnant la direction de propagation}$
1.1.4.4.6	<p>L'impulsion volumique est : $\frac{\vec{\delta p}}{d\tau} = nm_e c \vec{e}_z = n \vec{p}$</p> <p>Or ; $\vec{g} = \epsilon_0 \vec{E} \wedge \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \vec{\pi} = \frac{1}{c} u_{em} \vec{e}_z = \frac{1}{c} \frac{Nh\nu}{V} \vec{e}_z = \frac{1}{c} n h \frac{c}{\lambda} \vec{e}_z = n \vec{p}$</p> <p>Donc le résultat de la question précédente est en accord avec l'impulsion volumique ; \vec{g}</p>
1.1.4.4.7	<p>L'homogénéité $\rightarrow n = cte$ en tout point ;</p> $I = \ \langle \vec{\pi} \rangle\ = \frac{p_{moy}}{dS} = c^2 \ \langle \vec{g} \rangle\ = \frac{nh}{\lambda} c^2 = n h \nu c$ <p>Sachant que $\langle u_{em} \rangle = n h \nu$ on obtient : $I = c \langle u_{em} \rangle$</p>
1.1.4.4.8	<p>On a $I = n h \nu c$, ce qui implique que $n = \frac{I \lambda}{h c^2}$</p> <p>A.N.</p> $n = 10,61 \cdot 10^{12} \text{ photons/m}^3$ $I = c \langle u_{em} \rangle = c \epsilon_0 \frac{E_0^2}{2}$ $E_0 = \sqrt{\frac{2I}{c \epsilon_0}} = \sqrt{2 I c \mu_0}$ <p>A.N.</p> $E_0 = 868,1 \text{ V/m}$
2.1.1	<p>On a $u_\nu(\nu, T) = \frac{du}{d\nu}$: l'énergie volumique par unité de fréquence</p> $[u_\nu(\nu, T)] = \frac{[E]}{[V][\nu]} = \frac{[F][d]}{[V][\nu]} = \frac{[m][a][d]}{[V][\nu]} = \frac{MLT^{-2}L}{L^3T^{-1}} = ML^{-1}T^{-1}$ <p>Avec :</p> <p>E : énergie ; F : force ; d : distance ; a : acceleration ; m : masse ; V : volume ; ν : fréquence</p> <p>M : dimension de la masse</p> <p>L : dimension d'une longueur</p> <p>T : dimension du temps</p>
2.1.2	<p>On a $[u_\nu(\nu, T)] = [u_\nu^{RJ}] = \frac{[E]}{[V][\nu]} = ML^{-1}T^{-1} (*)$</p> <p>De plus la densité volumique d'énergie par unité de fréquence selon Rayleigh et Jeans est :</p>

Fait par : Mr. SOUKTANI Mohamed Amine

	$u_{\vartheta}^{RJ} = A c^{\alpha} \vartheta^{\beta} (k_B T)^{\gamma}$ $[u_{\vartheta}^{RJ}] = [c]^{\alpha} [\vartheta]^{\beta} [E]^{\gamma} ; \text{ en tenant compte du fait que :}$ $[E] = [F][d] = [m][a][d] = MLT^{-2}L$ <p>Donc $[u_{\vartheta}^{RJ}] = L^{\alpha} T^{-\alpha} T^{-\beta} M^{\gamma} L^{2\gamma} T^{-2\gamma} = L^{\alpha+2\gamma} T^{-\alpha-\beta-2\gamma} M^{\gamma} (**)$</p> <p>En faisant l'identification entre les deux expressions (*) et (**), on obtient :</p> $\begin{cases} \alpha + 2\gamma = -1 \\ -\alpha - \beta - 2\gamma = -1 \\ \gamma = 1 \end{cases}$ <p>Ce qui donne :</p> $\begin{cases} \alpha = -3 \\ \beta = 2 \\ \gamma = 1 \end{cases}$
2.1.3	$u^{RJ}(T) = \int_0^{+\infty} u_{\vartheta}^{RJ}(\vartheta, T) d\vartheta = \int_0^{+\infty} A c^{-3} \vartheta^2 (k_B T) d\vartheta = \frac{A}{c^3} k_B T \left[\frac{\vartheta^3}{3} \right]_0^{+\infty} \rightarrow +\infty$ <p>Ce qui est absurde physiquement car l'énergie est toujours bornée. La difficulté provient des hautes fréquences (faibles longueurs d'ondes)</p>
2.1.4	<ul style="list-style-type: none"> • En basse fréquence la loi de Rayleigh et Jeans est en accord avec le spectre expérimental. • En haute fréquence, l'énergie volumique est infinie d'où la catastrophe ultraviolette. • La catastrophe ultraviolette est l'erreur qu'on peut mettre en évidence pour les faibles longueurs d'ondes correspondant a $T > 5000K$ 
2.1.5	<ul style="list-style-type: none"> • $\lim_{\vartheta \rightarrow 0} f\left(\frac{\vartheta}{T}\right) \rightarrow cte$, qu'on peut prendre égale a 1 • $\lim_{\vartheta \rightarrow +\infty} f\left(\frac{\vartheta}{T}\right) \rightarrow 0$; Wien propose d'introduire une exponentielle décroissante afin d'éviter la divergence aux grandes fréquences.
2.1.6	<p>On a : $u_{\vartheta}(\vartheta, T) = u_{\vartheta}^{RJ}(\vartheta, T) f\left(\frac{\vartheta}{T}\right) = \frac{A}{c^3} \vartheta^2 (k_B T) f\left(\frac{\vartheta}{T}\right)$</p> <p>En utilisant la formule approchée de Wien : $u_{\vartheta}^W(\vartheta, T) = B \vartheta^3 e^{-\frac{a\vartheta}{T}}$</p> <p>Par identification on obtient : $B \vartheta e^{-\frac{a\vartheta}{T}} = \frac{A}{c^3} (k_B T) f\left(\frac{\vartheta}{T}\right)$</p> <p>Ce qui implique : $f\left(\frac{\vartheta}{T}\right) = \frac{B c^3}{A k_B T} \vartheta e^{-\frac{a\vartheta}{T}}$</p> <p>Cela permet de montrer que la fonction $f\left(\frac{\vartheta}{T}\right)$ est proportionnelle a $\vartheta e^{-\frac{a\vartheta}{T}}$</p>

Fait par : Mr. SOUKTANI Mohamed Amine

2.1.7	<p>Pour $h\nu \ll k_B T$; $\lim_{\nu \rightarrow 0} f\left(\frac{\nu}{T}\right) = \frac{h\nu/k_B T}{h\nu/k_B T} = 1$ (car $e^x \approx 1 + x$ quand $x \rightarrow 0$)</p> <p>Pour $h\nu \gg k_B T$; $e^{h\nu/k_B T} \gg 1$ et donc $\lim_{\nu \rightarrow +\infty} f\left(\frac{\nu}{T}\right) = \frac{h\nu}{k_B T} e^{-h\nu/k_B T} \rightarrow 0$</p> <p>$\nu_0 = \frac{k_B T}{h}$</p> <p>On retrouve bien le résultat de la question 2.1.5</p>
2.1.8	L'hypothèse de Planck permet de corriger le problème de la catastrophe ultraviolette en hautes fréquences
2.2.1	<ul style="list-style-type: none"> • Les courants de saturation i_{max} sont proportionnels aux puissances lumineuses, ces valeurs de saturations correspondent aux cas où tous les électrons arrachés à la cathode se retrouvent à l'anode. • Même pour $-U_0 < U < 0$ il ya passage d'un courant i. • Pour $U < -U_0$ (DDP trop négative) : on n'observe aucun courant.
2.2.2	<ul style="list-style-type: none"> • Pour $\nu = \nu_0$; $W_{ext} = h\nu_0$
2.2.3	<ul style="list-style-type: none"> • Pour $\nu > \nu_0$; $E_c = h\nu - W_{ext} = h(\nu - \nu_0)$ <p>L'énergie cinétique augmente avec la fréquence de la radiation lumineuse.</p>
2.2.4.1	<p>$\nu_0 = \frac{W_{ext}}{h} = 5,43 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$</p> <p>$\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1} = 6,12 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ pour $\lambda_1 = 490 \text{ nm}$</p> <p>$\nu_2 = \frac{c}{\lambda_2} = 4,54 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ pour $\lambda_2 = 660 \text{ nm}$</p> <p>$\nu_1 > \nu_0$ et $\nu_2 < \nu_0$; la seule radiation qui permet l'émission de l'électron est celle de fréquence $\nu > \nu_0$ c'est-à-dire la radiation de longueur d'onde $\lambda_1 = 490 \text{ nm}$.</p>
2.2.4.2	<p>L'énergie cinétique des électrons émis lorsqu'ils quittent la cathode est :</p> <p>$E_c = h(\nu - \nu_0) = h(\nu_1 - \nu_0)$</p> <p>A.N. $E_c = 4,57 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 0,28 \text{ eV}$</p>
2.2.4.3	<p>N : nombre de photons/seconde</p> <p>$P = Nh\nu_1$</p> <p>$N = \frac{P}{h\nu_1} = 22 \cdot 10^{11} \text{ photons/seconde}$</p>
2.2.4.4	<p>$I = Ne$ avec N = nombre de photons/seconde = nombre d'électrons/seconde</p> <p>$I = 35,24 \cdot 10^{-8} \text{ A}$</p> <p>De plus ;</p> <p>$I = Ne = \frac{P}{h\nu} e = \frac{Pe}{hc} \lambda$</p>
2.2.4.5	Pour une puissance donnée le courbe représentant I en fonction de λ est linéaire

Fait par : Mr. SOUKTANI Mohamed Amine

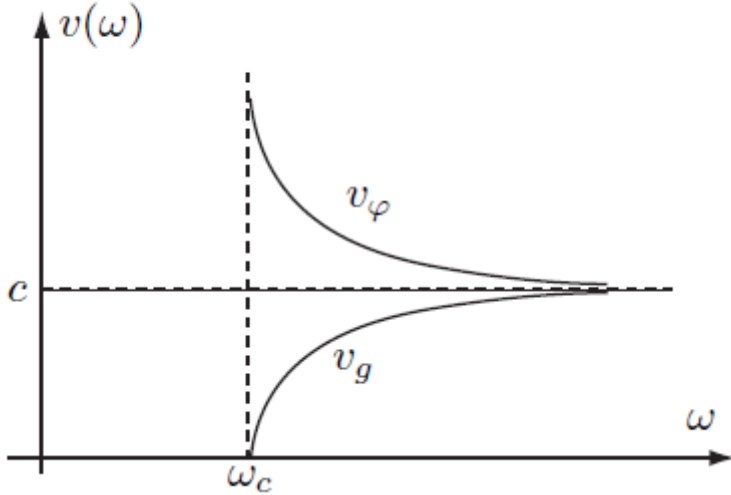
	<div style="text-align: center;"> <h3>$I(10^{-9}A)$</h3> <p>Figure 1: I en fonction de $\lambda(nm)$</p> </div>
2.2.4.6	<p>Le rendement est :</p> $R_q = \frac{N_{\text{electrons emis}}}{N_{\text{photons recus}}} = \frac{I/e}{P/h\nu}$ <p>A.N. : $R_q = 11,25\%$</p>
2.2.5	<p>En dessous d'une fréquence seuil ν_0, il n'y a pas d'effet photoélectrique quelque soit l'intensité de la lumière incidente. Si on ne tient pas compte du photon, la fréquence ν n'a aucun rôle et aucune importance dans la description de l'effet photoélectrique, il suffit seulement que l'intensité lumineuse soit suffisante pour qu'on puisse arracher l'électron.</p>
2.3.1	<p>Dans le cadre de la mécanique classique, lorsqu'un rayonnement interagit avec les électrons atomiques, ces derniers oscillent avec la même fréquence. De plus ces électrons oscillants peuvent émettre aussi un rayonnement, de même fréquence que celle de leur mouvement, et donc de même fréquence que l'onde incidente. Or d'après les résultats expérimentaux de Compton, en envoyant des rayons X de longueur d'onde λ sur une cible de graphite, on constate que le rayonnement diffusé est de longueur d'onde λ'. Ce qui explique alors que la physique classique ne permet pas de justifier les résultats expérimentaux de Compton.</p>
2.3.2	<p>Plus la fréquence est grande, plus l'énergie est élevée et plus l'aspect corpusculaire est à prendre en compte, il sera donc très utile de travailler avec les rayons X.</p>
2.3.3	<p>Au cours de la collision l'énergie est conservée, l'électron acquiert une énergie plus grande après le choc qu'avant le choc (sous forme d'énergie cinétique). Le photon diffusé doit avoir alors une énergie plus faible que le photon incident. $E' < E \ (h\nu' < h\nu) \rightarrow \nu' < \nu$; Ce qui entraîne $\lambda' > \lambda$ Donc :</p> $\Delta\lambda = \lambda - \lambda' < 0$

<p>2.3.4</p>	<ul style="list-style-type: none"> Avant la collision : $\begin{cases} \vec{p}_{electron} = \vec{0} \\ \vec{p}_{photon} = \frac{h\vartheta}{c} \vec{e}_z \end{cases}$ Après la collision : $\begin{cases} \vec{p}_{electron} = ? \\ \vec{p}_{photon} = \frac{h\vartheta'}{c} \vec{e}_z \end{cases}$ <p>Par la conservation de la quantité de mouvement on a :</p> $\vec{p}_{electron} + \vec{p}_{photon} / \text{avant} = \vec{p}_{electron} + \vec{p}_{photon} / \text{après}$ $\frac{h\vartheta}{c} \vec{e}_z = \frac{h\vartheta'}{c} \vec{e}_z + \vec{p}_e$ $\ \vec{p}_e\ ^2 = \frac{h^2}{c^2} (\vartheta^2 + \vartheta'^2 - 2\vartheta\vartheta' \vec{e}_z \cdot \vec{u}) = \frac{h^2}{c^2} (\vartheta^2 + \vartheta'^2 - 2\vartheta\vartheta' \cos\theta)$ $\ \vec{p}_e\ ^2 = \frac{h^2}{c^2} \left(\frac{c^2}{\lambda^2} + \frac{c^2}{\lambda'^2} - 2 \frac{c^2}{\lambda\lambda'} \cos\theta \right)$ $p_e^2 c^2 = h^2 \left(\frac{c^2}{\lambda^2} + \frac{c^2}{\lambda'^2} - 2 \frac{c^2}{\lambda\lambda'} \cos\theta \right) : \text{Equation A}$
<p>2.3.5</p>	<ul style="list-style-type: none"> Avant la collision: $\begin{cases} E_{electron} = m_e c^2 \\ E_{photon} = h\vartheta \end{cases}$ Après la collision : $\begin{cases} E_{electron} = \sqrt{m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2} \\ E_{photon} = h\vartheta' \end{cases}$ <p>Par la conservation de l'énergie :</p> $m_e c^2 + h\vartheta = \sqrt{m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2} + h\vartheta'$ $(m_e c^2 + h\vartheta - h\vartheta')^2 = m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2$ $m_e^2 c^4 + (h\vartheta - h\vartheta')^2 + 2m_e c^2 (h\vartheta - h\vartheta') = m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2$ $p_e^2 c^2 = h^2 (\vartheta^2 + \vartheta'^2 - 2\vartheta\vartheta') + 2m_e c^2 h (\vartheta - \vartheta')$ $p_e^2 c^2 = h^2 \left(\frac{c^2}{\lambda^2} + \frac{c^2}{\lambda'^2} - 2 \frac{c^2}{\lambda\lambda'} \right) + 2m_e c^2 h \left(\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda'} \right) : \text{Equation B}$
<p>2.3.6</p>	<p>En faisant l'égalité entre les deux équations A et B, on obtient :</p> $h^2 \left(\frac{c^2}{\lambda^2} + \frac{c^2}{\lambda'^2} - 2 \frac{c^2}{\lambda\lambda'} \right) + 2m_e c^2 h \left(\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda'} \right) = h^2 \left(\frac{c^2}{\lambda^2} + \frac{c^2}{\lambda'^2} - 2 \frac{c^2}{\lambda\lambda'} \cos\theta \right)$ $\frac{h^2}{\lambda\lambda'} (1 - \cos\theta) = m_e h \left(\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda'} \right) = m_e h c \left(\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda\lambda'} \right)$ $\Delta\lambda = \lambda - \lambda' = - \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta)$ <p>Avec $\lambda_c = \frac{h}{m_e c}$ A.N. : $\lambda_c = 2,42 \text{ pm}$ Commentaire : $\lambda_c \in$ au domaine des rayons X et $\lambda' > \lambda$</p>
<p>2.3.7</p>	<p>Lors des chocs des photons X sur les électrons libres du graphite, les photons transfèrent une partie de l'énergie aux électrons (énergie des photons diminue), cela confirme que la lumière peut être considérée comme des grains de particules 'photons' d'énergie $h\vartheta$.</p>
<p>3.1.1</p>	$\text{div} \vec{\text{rot}} \vec{B} = 0 = \mu_0 \text{div} \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \text{div} \vec{E} - \eta^2 \text{div} \vec{A}$ $\mu_0 \text{div} \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho}{\epsilon_0} - \eta^2 V \right) - \eta^2 \text{div} \vec{A} = 0$ $\text{div} \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho}{\epsilon_0} - \eta^2 V \right) - \frac{\eta^2}{\mu_0} \text{div} \vec{A} = 0$

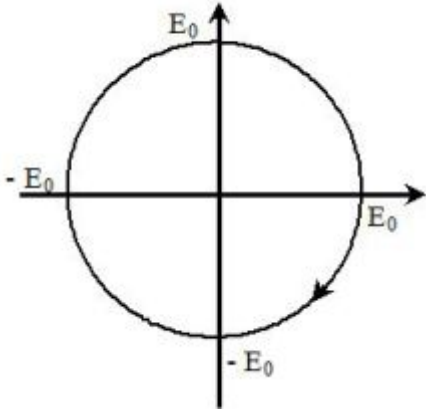
Fait par : Mr. SOUKTANI Mohamed Amine

	$\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\eta^2}{\mu_0} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{A} \right)$ <p>Pour que la conservation de la charge soit vérifiée, il est nécessaire de prendre la condition de la Jauge de Lorentz : $\frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{A} = 0$</p>
3.1.2	<p>On a $\vec{E} = -\overrightarrow{\operatorname{grad}}V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$</p> $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} - \eta^2 V = -\Delta V - \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} \vec{A} = -\Delta V - \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} \right)$ <p>Ce qui donne :</p> $\Delta V - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - \eta^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ <p>De plus on a : $\vec{B} = \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{A}$</p> $\overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{B} = \overrightarrow{\operatorname{rot}} \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{A} = \overrightarrow{\operatorname{grad}} \operatorname{div} \vec{A} - \Delta \vec{A}$ $\mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \eta^2 \vec{A} = \overrightarrow{\operatorname{grad}} \operatorname{div} \vec{A} - \Delta \vec{A}$ $\mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(-\overrightarrow{\operatorname{grad}}V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) - \eta^2 \vec{A} = \overrightarrow{\operatorname{grad}} \operatorname{div} \vec{A} - \Delta \vec{A}$ $\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \eta^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{j} + \overrightarrow{\operatorname{grad}} \left(\operatorname{div} \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} \right)$ $\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \eta^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{j}$
3.1.3.1	<p>On a $\operatorname{div} \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} = 0$</p> <p>En notations complexes : $-i\vec{k} \cdot \vec{A}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} = -\frac{1}{c^2} i\omega V(\vec{r}, t)$</p> <p>Ce qui donne : $V(\vec{r}, t) = -c^2 \left(\frac{-i\vec{k} \cdot \vec{A}_0}{\omega} \right) e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} = \underline{V}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ avec $\underline{V}_0 = c^2 \left(\frac{i\vec{k} \cdot \vec{A}_0}{\omega} \right)$</p>
3.1.3.2	<ul style="list-style-type: none"> $\vec{E} = -\overrightarrow{\operatorname{grad}}V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -i\vec{k} \underline{V}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} - i\omega \vec{A}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ $\vec{E} = -i \left[\vec{k} c^2 \left(\frac{i\vec{k} \cdot \vec{A}_0}{\omega} \right) + \omega \vec{A}_0 \right] e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ Tel que : $\vec{E}_0 = -i \left[\vec{k} c^2 \left(\frac{i\vec{k} \cdot \vec{A}_0}{\omega} \right) + \omega \vec{A}_0 \right]$ $\vec{B} = \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{A} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} = -i\vec{k} \wedge \vec{A}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} = \vec{B}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ tel que : $\vec{B}_0 = -i\vec{k} \wedge \vec{A}_0$
3.1.3.3	<p>En prenant l'une des équations de Poisson (celle relative à V par exemple) :</p> $\Delta V - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - \eta^2 V = 0$ <p>En utilisant les notations complexes, on obtient :</p> $-k^2 \underline{V} - \frac{1}{c^2} (-\omega^2) \underline{V} - \eta^2 \underline{V} = 0$ <p>Ce qui donne finalement la relation de dispersion qu'on cherche :</p> $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \eta^2 = \frac{1}{c^2} (\omega^2 - \omega_c^2) \text{ Avec } \omega_c^2 = \eta^2 c^2$ <p>Pour qu'il y ait propagation il faut que k soit réel pur, cela est vérifié si et seulement si</p> $\omega > \omega_c$ $k = \frac{\sqrt{\omega^2 - \omega_c^2}}{c} \text{ Réel pur}$ <p>La vitesse de phase :</p>

Fait par : Mr. SOUKTANI Mohamed Amine

	$v_\varphi = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}}} > c$ <p>La vitesse de groupe :</p> $v_g = \frac{d\omega}{dk} = c \sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}} < c$ 
<p>3.1.3.4</p>	$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{L}{v_{g2}} - \frac{L}{v_{g1}} = \frac{L}{c} \left[\left(1 - \frac{\eta^2 \lambda_2^2}{4\pi^2}\right)^{-1/2} - \left(1 - \frac{\eta^2 \lambda_1^2}{4\pi^2}\right)^{-1/2} \right]$ <p>Vu que $\eta \lambda_2 \ll 1$ et $\eta \lambda_1 \ll 1$; en faisant un DL d'ordre 1 en η^2, on obtient :</p> $\Delta t = \frac{L}{c} \left[\frac{\eta^2}{8\pi^2} (\lambda_2^2 - \lambda_1^2) \right]$ $\eta^2 = \frac{8\pi^2 c \Delta t}{(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)L}$ $\eta = \sqrt{\frac{8\pi^2 c \Delta t}{(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)L}}$ $m_\gamma = \frac{h}{c} \eta = \frac{h}{c} \sqrt{\frac{8\pi^2 c \Delta t}{(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)L}}$
<p>3.1.3.5</p>	<p>Pour une durée $\Delta t \leq 10^{-3} s \rightarrow m_\gamma \leq 5,04 \cdot 10^{-42} kg$ $m_\gamma \ll m_e$</p>
<p>3.2.1</p>	$\begin{cases} E_x = E_0 \cos(\omega t - kz) \\ E_y = -E_0 \sin(\omega t - kz) \end{cases}$ <p>A $t = 0$:</p> $\begin{cases} E_x = E_0 \cos kz \\ E_y = E_0 \cos(-kz + \frac{\pi}{2}) \end{cases}$ $\begin{cases} E_x = E_0 \cos kz \\ E_y = E_0 \sin kz \end{cases}$ $\left(\frac{E_x}{E_0}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_0}\right)^2 = 1 ; \text{ Il s'agit donc d'une polarisation circulaire droite.}$

Fait par : Mr. SOUKTANI Mohamed Amine

	$\varphi = \omega t - kz = 0 \Rightarrow \begin{cases} E_x = E_0 \\ E_y = 0 \end{cases}$ $\varphi = \omega t - kz = \pi/2 \Rightarrow \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = -E_0 \end{cases}$ $\varphi = \omega t - kz = \pi \Rightarrow \begin{cases} E_x = -E_0 \\ E_y = 0 \end{cases}$ $\varphi = \omega t - kz = 3\pi/2 \Rightarrow \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = E_0 \end{cases}$ $\varphi = \omega t - kz = 2\pi \Rightarrow \begin{cases} E_x = E_0 \\ E_y = 0 \end{cases}$ 
3.2.2	<p>L'électron est élastiquement lié à son noyau, il se trouve donc sur une orbite stable à une certaine distance d'équilibre, si on l'écarte de sa position d'équilibre d'une petite distance une force de rappel de type " $-k\vec{r}$ " l'y ramènera.</p> <p>On peut dire autrement que l'excitation par le champ $\vec{E}(M, t)$ fait vibrer l'électron autour de sa position d'équilibre, cette vibration est modélisée par une force de rappel.</p>
3.2.3	<p>$\left\ \frac{\vec{F}_m}{\vec{F}_e} \right\ = \frac{qvB}{qE} = \frac{v}{c} \ll 1$ pour un électron non relativiste</p> <p>Donc la force magnétique \vec{F}_m est négligeable devant la force électrique \vec{F}_e avec une très bonne approximation.</p>
a	$m_e \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -e\vec{E} - m_e \omega_0^2 \vec{r} - \frac{m_e}{\tau} \vec{v}$ <p>En notation complexe :</p> $-m_e \omega^2 \underline{\vec{r}} + m_e \omega_0^2 \underline{\vec{r}} + \frac{m_e}{\tau} i \omega \underline{\vec{r}} = -e \underline{\vec{E}}$ $\underline{\vec{r}} \left(-m_e \omega^2 + m_e \omega_0^2 + \frac{m_e}{\tau} i \omega \right) = -e \underline{\vec{E}}$ $\underline{\vec{r}} = \frac{\frac{-e}{m_e} \underline{\vec{E}}}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{i\omega}{\tau}} = \underline{\alpha} \underline{\vec{E}}, \text{ tel que } \underline{\alpha} = \frac{\frac{-e}{m_e}}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{i\omega}{\tau}}$
3.2.5	<p>Méthode 1 :</p> <p>On a $\underline{\vec{r}} = \underline{\alpha} \underline{\vec{E}}$ avec</p> $\underline{\vec{E}} = E_x \underline{\vec{e}}_x + E_y \underline{\vec{e}}_y$

Fait par : Mr. SOUKTANI Mohamed Amine

	$\underline{\alpha} = \frac{\frac{-e}{m_e}}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{i\omega}{\tau}} = \frac{\frac{-e}{m_e}(\omega_0^2 - \omega^2 - \frac{i\omega}{\tau})}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2}$ $\underline{\vec{r}} = \alpha \underline{\vec{E}} = \frac{\frac{-e}{m_e}(\omega_0^2 - \omega^2 - \frac{i\omega}{\tau})}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2} [E_x \underline{\vec{e}}_x + E_y \underline{\vec{e}}_y]$ $\begin{cases} E_x = E_0 [\cos(\omega t - kz) + i \sin(\omega t - kz)] \\ E_y = E_0 [-\sin(\omega t - kz) + i \cos(\omega t - kz)] \end{cases}$ $\underline{\vec{r}} = \begin{cases} x = \frac{\frac{-e}{m_e} E_0}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2} [(\omega_0^2 - \omega^2) \cos(\omega t - kz) + \frac{\omega}{\tau} \sin(\omega t - kz)] \\ y = \frac{\frac{-e}{m_e} E_0}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2} [-(\omega_0^2 - \omega^2) \sin(\omega t - kz) + \frac{\omega}{\tau} \cos(\omega t - kz)] \end{cases}$ $\underline{\vec{v}} = \dot{\underline{\vec{r}}} = \begin{cases} \frac{\frac{-e}{m_e} E_0 \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2} [-(\omega_0^2 - \omega^2) \sin(\omega t - kz) + \frac{\omega}{\tau} \cos(\omega t - kz)] \\ \frac{\frac{-e}{m_e} E_0 \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2} [-(\omega_0^2 - \omega^2) \cos(\omega t - kz) - \frac{\omega}{\tau} \sin(\omega t - kz)] \end{cases}$ <p>Donc la puissance est donnée par :</p> $P = \underline{\vec{F}}_e \cdot \underline{\vec{v}} = \begin{pmatrix} -e E_0 \cos(\omega t - kz) \\ -e E_0 \cos(\omega t - kz + \frac{\pi}{2}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\frac{-e}{m_e} E_0 \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2} [-(\omega_0^2 - \omega^2) \sin(\omega t - kz) + \frac{\omega}{\tau} \cos(\omega t - kz)] \\ \frac{\frac{-e}{m_e} E_0 \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2} [-(\omega_0^2 - \omega^2) \cos(\omega t - kz) - \frac{\omega}{\tau} \sin(\omega t - kz)] \end{pmatrix}$ $= \frac{e^2 E_0^2}{m_e \tau} \frac{\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2}$ <p>En moyenne ;</p> $\langle P \rangle = \frac{e^2 E_0^2}{m_e \tau} \frac{\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2}$ <p>Méthode 2 :</p> $\langle P \rangle = \frac{1}{2} Re (\underline{\vec{F}}_e \cdot \underline{\vec{v}}^*)$ $\underline{\vec{v}} = i\omega \underline{\vec{r}} = i\omega \alpha \underline{\vec{E}} = \frac{i\omega \frac{-e}{m_e} \underline{\vec{E}}}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{i\omega}{\tau}} = \frac{i\omega \frac{-e}{m_e} \underline{\vec{E}}}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{i\omega}{\tau}} = \frac{i\omega \frac{-e}{m_e} (\omega_0^2 - \omega^2 - \frac{i\omega}{\tau}) \underline{\vec{E}}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2} = \frac{\frac{-e}{m_e} (i\omega(\omega_0^2 - \omega^2) + \frac{\omega^2}{\tau}) \underline{\vec{E}}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2}$ $\langle P \rangle = \frac{1}{2} Re \left(-e \underline{\vec{E}} \cdot \frac{\frac{-e}{m_e} (-i\omega(\omega_0^2 - \omega^2) + \frac{\omega^2}{\tau}) \underline{\vec{E}}^*}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2} \right)$ $\langle P \rangle = \frac{1}{2} Re \left(\frac{2e^2 E_0^2 (-i\omega(\omega_0^2 - \omega^2) + \frac{\omega^2}{\tau})}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2} \right)$ $\langle P \rangle = \frac{e^2 E_0^2 (\frac{\omega^2}{\tau})}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2}$
3.2.6	<p>On a $\underline{\vec{M}} = \underline{\vec{r}} \wedge \underline{\vec{F}}_e$</p> <p>Méthode 1 :</p>

Fait par : Mr. SOUKTANI Mohamed Amine

	$\vec{M} = \begin{pmatrix} \frac{-e}{m_e} E_0 \left[(\omega_0^2 - \omega^2) \cos(\omega t - kz) + \frac{\omega}{\tau} \sin(\omega t - kz) \right] \\ \frac{-e}{m_e} E_0 \left[-(\omega_0^2 - \omega^2) \sin(\omega t - kz) + \frac{\omega}{\tau} \cos(\omega t - kz) \right] \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -e E_0 \cos(\omega t - kz) \\ e E_0 \sin(\omega t - kz) \end{pmatrix}$ $\vec{M} = \frac{-e^2 E_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2} \left[(\omega_0^2 - \omega^2) \cos(\omega t - kz) \sin(\omega t - kz) + \frac{\omega}{\tau} \sin^2(\omega t - kz) - \omega_0^2 - \omega^2 \cos \omega t - kz \sin \omega t - kz + \omega \pi \cos 2\omega t - kz e z \right]$ <p>Après les simplifications nécessaires, on obtient :</p> $\vec{M} = \frac{-e^2 E_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2} \frac{\omega}{\tau} = - \frac{e^2 E_0^2}{m_e \tau} \frac{\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2} \vec{e}_z$ $\langle \vec{M} \rangle = - \frac{e^2 E_0^2}{m_e \tau} \frac{\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2} \vec{e}_z$ <p>Méthode 2 : En utilisant les notations complexes, on obtient :</p> $\langle \vec{M} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\vec{r} \wedge \vec{F}_e^* \right) = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{-e}{m_e} \frac{\vec{E}}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{i\omega}{\tau}} \wedge -e \vec{E}^* \right)$ $\langle \vec{M} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{-e}{m_e} \frac{E_0}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{i\omega}{\tau}} (\vec{e}_x + i\vec{e}_y) e^{i(\omega t - kz)} \wedge -e E_0 (\vec{e}_x - i\vec{e}_y) e^{-i(\omega t - kz)} \right)$ $\langle \vec{M} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{e^2 E_0^2}{m_e} \frac{(-2i)}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{i\omega}{\tau}} \right) \vec{e}_z$ $\langle \vec{M} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{e^2 E_0^2 (\omega_0^2 - \omega^2 - \frac{i\omega}{\tau})}{m_e (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2} * (-2i) \right) \vec{e}_z$ $\langle \vec{M} \rangle = \frac{e^2 E_0^2 \left(-\frac{\omega}{\tau}\right)}{m_e (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2} \vec{e}_z = \gamma \hbar \vec{e}_z$ <p>On en déduit :</p> $\gamma = \frac{-e^2 E_0^2}{m_e \hbar \tau} \frac{\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2}$
3.1.7	<p>Le photon peut être considéré, dans l'approche corpusculaire, comme étant une particule de moment cinétique \vec{L}_γ tel que $\langle \vec{M} \rangle = \gamma \vec{L}_\gamma$, γ est un rapport gyromagnétique.</p> <p>En tenant compte du résultat de la question précédente $\langle \vec{M} \rangle = \gamma \hbar \vec{e}_z$, on déduit que :</p> $\vec{L}_\gamma = \hbar \vec{e}_z$